

---

## **TRIER EN PETITE SECTION \***

### **activité rituelle ou solution d'un problème ? construire une situation fondamentale du tri**

---

Joël BRIAND

Laboratoire DAEST (Bordeaux 1) et IUFM d'aquitaine

#### **I - PRETEXTE**

Lors d'un compte-rendu de stage, un élève-professeur en PE2 décrit une situation de tri (il s'agissait de trier trois sortes de légumes) en petite section. Il écrit : « *la situation a d'autres intérêts que mathématiques* », marquant ainsi l'intérêt qu'avaient eu les élèves pour cette activité. Partant de cette phrase, nous nous sommes posés la question : « *l'activité de tri ( ici, de légumes) engage-t-elle de façon si évidente que cela en a l'air, une activité mathématique ?* » Cette question fut le point de départ d'une réflexion sur la nature des activités mathématiques en maternelle.

Le but de cet article est de retracer le cheminement qui a permis de comprendre, en PE2, comment une situation d'apprentissage peut se construire par l'analyse d'une situation familière.

Tout le monde s'accorde à dire que le tri et le classement sont des activités utiles et mathématiques. Les I.O. de 95<sup>1</sup> évoquent le « classement d'objets en fonction de l'une de leurs qualités ». Nous proposons alors, en nous plaçant dans le cadre de la théorie des situations, d'étudier deux versions d'une situation de base, et de montrer ce qui les différencie du point de vue des apprentissages.

#### **II - LE TRI EN MATERNELLE**

Pour mieux faire la différence entre les deux variantes d'une situation de tri, nous caractérisons deux types d'enjeux dans une activité de tri :

- des enjeux externes, du type « *il faut trier parce que cela nous permettra de faire la cuisine* », « *il faut trier parce que c'est mieux présenté* ». Ces enjeux externes peuvent contribuer efficacement à la motivation des enfants.

- des enjeux internes à l'activité mathématique, c'est-à-dire des enjeux qui feront que le tri constitue la solution à un problème posé. Mais quel peut être le problème posé ?

La plupart des activités de tri que l'on rencontre dans les manuels scolaires de maternelle se fondent sur des enjeux externes. Il s'agit maintenant de différencier

---

\* Cet article est aussi paru dans le Spécial Maternelle tome 2 (voir en fin de revue)

<sup>1</sup> Ed CNDP page 34.

une situation dans laquelle la consigne est de trier et une situation problématique dont la solution serait le tri.

Mais avant, faisons le point sur la (les) définition (s) du tri.

### III - DEFINITIONS D'UN TRI

Nous retrouvons là une question habituelle en didactique des mathématiques : caractériser un savoir selon que l'on se place du point de vue des savoirs mathématiques, des algorithmes de production de ce savoir, ou du point de vue didactique.

#### - d'un point de vue mathématique

- le tri selon un attribut<sup>2</sup> : dans un ensemble donné, il s'agit de constituer deux sous-ensembles d'un ensemble donné à partir d'une prise en compte d'un prédicat. Selon qu'un élément vérifiera ou non la propriété, il figurera dans le premier ou le second sous-ensemble.

Dans  $F$  : Si  $p(x)$  alors  $x \in E$  sinon  $x \in \bar{E}$ . La conséquence de ce tri est l'existence de  $E$  et de  $\bar{E}$  constituant une partition de  $F$ .

- le tri selon  $n$  attributs indépendants qui aboutit à  $2^n$  sous-ensembles possibles.

- si les attributs ne sont pas indépendants, le nombre de sous ensembles sera inférieur à  $2^n$ .

Dans ce cadre, le tri s'apparente à la notion de sous-ensembles définis en compréhension et constituant une partition de l'ensemble de référence.

#### - d'un point de vue mathématique-algorithmique

- un tri dans un ensemble fini est un algorithme (ici un rangement) producteur de collections le plus souvent rangées. C'est l'approche que l'on rencontre en informatique. L'opération d'affectation (souvent obligée en informatique dès qu'il s'agit de conserver des données) induit un rangement dans la ou les collections constituées. Plusieurs algorithmes de tri sont enseignés dans les cours d'informatique.

Dans ce cadre, le tri s'apparente à la notion de rangement, même si, en même temps, plusieurs sous-ensembles sont constitués.

#### - d'un point de vue didactique

- du côté de l'élève, nous définirons le tri comme une activité de celui-ci dans une situation dont la solution experte est la réalisation d'une classification. Elle s'appuie sur les connaissances que l'élève doit mettre en jeu pour réussir le tri. Ces connaissances sont des modèles implicites d'action, un ensemble de procédés locaux mis en œuvre par l'élève pour réaliser concrètement un tri.

- du côté de l'observateur, nous définirons le tri comme l'ensemble des observables qui vont permettre de caractériser l'activité d'un élève dans une situation de tri telle que définie précédemment. Dans ce cadre, si l'on se place d'un point de vue mathématique, mais cette fois-ci pour tenter de modéliser un algorithme producteur du tri chez un sujet, nous devons identifier les connaissances qui ont

---

<sup>2</sup> Terminologie empruntée à LE GARFF A.(1975) Dictionnaire de l'informatique PUF.

conduit le sujet à passer d'un élément de la collection au suivant, et à rapprocher cet élément d'une des collections déjà commencées.

Nous allons nous servir de ces définitions pour conduire une analyse de deux variantes d'une situation.

#### **IV - ETUDE DE DEUX VARIANTES D'UNE SITUATION**

**L'activité de base** consiste à demander à des élèves de petite section, en milieu d'année, de trier trois ou quatre catégories de graines mises en vrac. Pour cela, des boîtes sont à leur disposition afin de mettre une catégorie de graines par boîte.

##### **A - PREMIERE SITUATION**

Soit trois catégories de graines (une dizaine de graines par catégorie), trois boîtes sans couvercle.

Consigne : « *Mets les graines pareilles ensemble dans une boîte* ».

Donc, des graines de nature différentes (pour les élèves) sont mises en tas. La commande est de les trier et de les mettre par catégorie dans des boîtes prévues à cet effet. Si la consigne n'est pas comprise, la maîtresse peut effectuer rapidement un tri devant les élèves ou simplement montrer (en les ayant préparées) des boîtes avec des graines déjà triées.

Effectuons une analyse a priori de cette situation : (situation de base, étude des variables, repérage des connaissances en jeu, des savoirs visés, des variables didactiques qui permettront d'agir sur les conditions d'émergence de ces savoirs, faisabilité.) Pour cela, nous nous servons d'un questionnaire réalisé<sup>3</sup> lors des stages de formation continue de formateurs (vers l'école maternelle) effectués à l'IUFM de Bordeaux.

##### **Analyse**

##### ***Y a-t-il bien un problème posé aux élèves ?***

Oui, les enfants ont à prendre des graines d'une même catégorie et à les mettre dans la même boîte.

##### ***Quel est le ou les savoirs visés ?***

Apparemment le tri, puisque " tri " est dans la consigne de travail.

##### ***Quelles sont les procédures possibles pour résoudre le problème ?***

L'élève prend une graine et la place dans une boîte. A partir de ce moment, il peut répéter son action en prenant une graine de la même catégorie. Lorsque l'élève aura épuisé une première catégorie de graines, il passera à la seconde et ainsi de suite.

On peut bien sûr imaginer d'autres procédures : une graine, une boîte, puis une graine d'une autre catégorie, une autre boîte, et recommencer. On peut imaginer aussi un élève constituant les tas puis mettant les tas dans chaque boîte.

##### ***L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves ?***

Si l'on se contente d'une définition globale du tri (mettre ensemble), la réussite à cette activité laisse penser que l'élève a mobilisé la connaissance visée. Nous allons montrer qu'il n'en est rien.

---

<sup>3</sup> Questionnaire réalisé avec Marie-Hélène Salin.

***L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ?***

Oui.

***Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué ? Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?***

Il faut qu'il désire n'avoir qu'une catégorie de graines par boîte, (ce qui va de soi s'il y a le même nombre de boîtes que de catégories de graines).

***La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir ?***

Oui : « j'ai mis des graines pas pareilles ensemble »

***La vérification du résultat est-elle confondue avec l'activité ?***

Oui : à chaque instant, l'élève voit les graines mises ensemble. La vérification du résultat consiste à voir si les mêmes graines sont ensemble.

***Peut-il recommencer en modifiant sa procédure ?***

Oui.

***Reprenons la question : « L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves ? »***

Etudions plus précisément la tâche effective de l'élève : il prend une graine et la place dans une boîte. A partir de ce moment, il peut réitérer son action en prenant une graine de la même catégorie. Cela suppose une connaissance : reconnaître une catégorie de graine, savoir que ces graines-là sont de la même catégorie. Par contre, le contrôle de la collection qui est en train de se constituer est dévolu presque exclusivement au dispositif (une boîte ouverte). Lorsque l'élève aura épuisé une première catégorie de graines, il passera à la seconde et ainsi de suite.

On peut envisager d'autres procédures :

- une graine, une boîte, puis une graine d'une autre catégorie, une autre boîte, et recommencer.

- constitution de tas puis mise des tas dans chaque boîte.

Toutes ces procédures supposent :

- savoir reconnaître des graines.

- concevoir une (des) collection(s) autre(s) que la collection montrée au départ.

Le dispositif « montre » en permanence ces collections : en effet, les boîtes ouvertes et leur contenu visible « sont » les collections.

- organiser sa tâche (une fois une catégorie de graine mise, il faudra s'y tenir) pour mettre dans les boîtes. Il s'agit d'énumérer les graines. Cette tâche est aussi presque entièrement dévolue au dispositif.

En conclusion, en nous plaçant dans une étude didactique de la définition du tri, nous venons de repérer deux connaissances : la connaissance « collection » et la connaissance « énumération » constitutives du savoir « tri ». Ce sont donc ces deux connaissances qui doivent être convoquées par les élèves si l'on veut que le tri soit une activité mathématique. Pour cela il convient d'examiner attentivement le dispositif utilisé. Pour mieux comprendre notre questionnement, éloignons-nous des activités scolaires et interrogeons les pratiques sociales. Dans celles-ci, les dispositifs qui permettent de rendre le tri peu coûteux, pour le sujet agissant, sont nombreux : par exemple, trier à l'aide d'une claie, d'un crible, trier pour calibrer (des fruits) à

l'aide d'un système automatique, trier des métaux ferreux et les non-ferreux à l'aide d'un aimant. L'utilisateur de tels dispositifs mettra en œuvre des savoir-faire dont on peut dire qu'ils ne mobilisent pas obligatoirement le savoir "tri". Revenons à notre activité : nous dirons que d'une certaine façon, les boîtes ouvertes constituent un dispositif qui s'apparente à ceux entrevus dans les pratiques sociales. Dans cette situation dite "de la boîte ouverte", le dispositif permet à l'élève de contrôler les deux connaissances presque à son insu. Ce n'est donc pas une activité qui sollicite ces connaissances très fortement. Le tri apparaît alors comme un savoir pris en charge par le dispositif mais non réellement construit par l'élève.

Conclusion : ici, le tri n'est pas solution d'un problème posé, mais l'application d'une consigne de travail à l'intérieur d'un dispositif qui prend une grande partie du savoir en charge. Les enjeux sont ici externes. L'activité visible paraît être une activité de tri, mais l'élève n'y traite pas les savoirs qu'un observateur naïf pense y voir. Nous disons là qu'il s'agit d'une activité rituelle. Elle va produire des apprentissages (des savoir-faire le plus souvent) et le savoir (tri) sera là mais en tant qu'élément de la consigne. Bien qu'il ne faille pas négliger les activités rituelles, il ne s'agit pas de les confondre avec les situations d'apprentissage. Comment construire une situation d'apprentissage du tri ?

#### **B - DEUXIEME SITUATION<sup>4</sup> :**

Trois catégories de graines (une dizaine de graines par catégorie), 4 ou 5 boîtes fermées. Un trou permet de faire passer une graine dans les boîtes. Consigne : « mets les graines pareilles ensemble dans une boîte ».

Cette fois, il s'agit de contrôler le tri avec des boîtes fermées, c'est-à-dire sans que le dispositif permette de montrer en permanence la mémoire des actions antérieures. Cet enjeu, ce défi doivent bien sûr être partagés entre le professeur et les enfants, afin d'être sûr que la contrainte de la boîte fermée ne soit pas perçue comme une exigence « gratuite », mais comme un problème posé à tous, y compris au professeur. Question de contrat...

Reprenons l'analyse de cette deuxième situation comme ci-dessus :

#### ***Y a-t-il bien un problème posé aux élèves ?***

Oui, les enfants ont à prendre des graines et à les mettre dans la même boîte.

#### ***Quels sont le (ou les) savoir(s) visé(s) ?***

Les connaissances vues précédemment sont sollicitées :

- concevoir une collection : sinon la tâche n'est pas finalisable.
- reconnaître des graines et organiser sa tâche (une fois une catégorie de graine mise, il faudra s'y tenir) de réalisation d'un inventaire. Cela sollicite donc le contrôle, par le sujet, d'une énumération<sup>5</sup>.
- ces connaissances sont "au service" d'une structuration de la collection en sous collections. Cette structuration est, en acte, le tri. Ce tri n'est contrôlé que par l'acteur (les graines "disparaissent" dans la boîte). L'élève sait qu'il doit conserver la mémoire de l'organisation des classes de graines.

<sup>4</sup> Cette activité a été mise au point par M. Glykos, A. Rémy et M-H Salin,

<sup>5</sup> Ces deux connaissances (collection et énumération) se construisent de façon dialectique : voir RDM Vol 19 PP 41-76.

***Quelles sont les procédures possibles pour résoudre le problème ?***

Mettre graine par graine dans les boîtes selon des procédures variées (prendre la première graine qui se présente, faire une suite séquentielle graine de type 1, de type 2, de type 3, puis recommencer), faire des tas de graines de même catégorie, puis mettre dans les boîtes.

Remarque : une même procédure peut être la mise en œuvre de connaissances différentes, ou, du moins, intervenant de façon plus ou moins forte. (cf. première situation).

***L'utilisation de la connaissance visée est-elle nécessaire pour parvenir à la solution du problème posé aux élèves ?***

Cette fois, l'organisation finale des collections à partir d'un critère connu, est à la charge exclusive de l'élève. Il s'agit bien du tri. A la différence de la première situation, le dispositif expérimental ne prend rien en charge. Les connaissances « conception de collection » et « énumération » doivent être constamment mises en œuvre par l'élève.

***L'élève peut-il comprendre la consigne et s'engager vers une solution sans disposer de cette connaissance entièrement élaborée ?***

Oui. Si la consigne s'avère difficile à comprendre, il est possible de montrer, avec des boîtes déjà remplies et ouvertes, ce que sera le problème résolu.

***Comment voit-il qu'il a réussi ou échoué ? Est-il entièrement dépendant de l'adulte ou la situation comporte-t-elle des rétroactions ?***

L'ouverture des boîtes constitue le moment où les élèves verront s'ils ont réussi. Les rétroactions sont internes à la situation. Le professeur pourra, avec l'élève, constater si le tri est réussi ou non.

***La vérification du résultat peut-elle lui donner des informations sur la façon de réussir ?***

Oui : “ Ici, j'ai mis des graines pas pareilles ensemble... c'est faux ”.

***La vérification du résultat est-elle confondue avec l'activité ?***

Non, la vérification constitue un moment à part et fort qui devient un moment attendu des élèves au fur et à mesure qu'ils recommencent cette activité. Il ne s'agit plus du “ vérifiez bien ” de bonne compagnie que le professeur aura pu dire dans la première situation.

***Peut-il recommencer en modifiant sa procédure ?***

Oui. C'est bien sûr dans l'évolution des procédures et la diminution des erreurs, au fur et à mesure des essais que le professeur pourra constater si la situation qu'il a proposée est ou non une situation d'apprentissage.

La mise en perspective de ces deux variantes de la situation de tri montre que, pour que l'élève apprenne le tri, le dispositif doit

- permettre de ne pas résoudre le problème à sa place d'une part,
- mettre rapidement sa ou ses procédure(s) à l'épreuve des faits d'autre part.

## V - EXTRAIT D'UNE OBSERVATION DE LA SITUATION 2

Classe des petits : observation en novembre : (il y avait autant de boîtes que de catégories de graines).

	Zakia	Aurélien	Baptiste	Pricilla
premier essai	organise les graines. met dans les boîtes échec.	commence à classer. Secoue pour contrôler une boîte déjà utilisée ou non. échec.	écarte les boîtes emplies au fur et à mesure. Réussite.	Remplit une boîte de graines de pastèque. puis se perd dans les boîtes. Echec.
Deuxième essai	Classe par catégorie. Résultat : une boîte vide et une boîte qui contient deux catégories de graines.	Prend les boîtes au fur et à mesure. Échoue parce qu'il est distrait par un autre enfant.		Une graine (non pastèque) dans la boîte des pastèques. Échec.

### A - OBSERVATIONS ET COMMENTAIRES

Les graines ne jouent pas un rôle identique. Apparemment, les élèves traitent les graines qui se différencient bien (les graines de pastèques ont du succès). L'exploration de la collection des graines est pilotée par la possibilité de pouvoir distinguer (par l'aspect, par le mot) une catégorie de graines des autres et ainsi de suite.

Le nombre de boîtes est le même que le nombre de catégories de graines. Qu'en serait-il si ce n'était pas le cas ?

- Imaginons trois catégories de graines et 2 boîtes. Comment les enfants réagiraient-ils ? Une réaction immédiate serait un gage du contrôle de la collection des graines (ensemble formant un tout, structuré a priori en deux classes) et une activité sur le nombre.
- Imaginons trois catégories de graines et 4, 5 voire 10 boîtes. Le décalage entre les deux quantités (graines et boîtes) provoquerait peut-être des prises de conscience (toujours liées au contrôle de la collection).

Mais dans les deux cas, il ne faut pas sous-estimer le poids du contrat didactique, déjà présent en petite section : « si la maîtresse met 5 boîtes, c'est sans doute qu'il faut les utiliser toutes ».

### B - COMPORTEMENT DES ELEVES

- Un enfant qui, après avoir rangé dans une boîte une catégorie de graines, écarte cette boîte des autres afin de ne plus l'utiliser a sans doute une conception de la collection en classes de graines. Il synchronise le parcours sur les classes et la mise à l'écart au fur et à mesure des boîtes.

- Un enfant qui, après avoir rangé dans une boîte une catégorie de graines n'écarte pas la boîte, ne signale pas la fin d'une tâche. On peut faire des hypothèses : est-ce seulement une question de méthode ou cela ne révèle-t-il pas plutôt l'absence du contrôle d'une collection, les deux hypothèses n'étant sans doute ni exclusives l'une de l'autre ni les seules.

- Aucun enfant n'a posé de graine - témoin au pied d'une boîte en vue du remplissage. Ce comportement peut être expliqué par les caractéristiques de la

pensée des enfants : leurs actions sont centrées sur le but à atteindre, ici remplir les boîtes. Décider de trier les graines avant de les ranger ou en laisser une sortie pour servir de témoin suppose de décoller du but. Si la maîtresse utilisait cette stratégie devant les enfants selon une procédure à voir de près, serait-ce trahir l'activité ? Nous pensons qu'en traitant cette approche avec précaution, après que les élèves aient développé leurs propres procédures, on pourrait prolonger la situation d'apprentissage, dès lors que cette procédure contribuerait à alimenter la phase d'institutionnalisation des démarches.

## VI - CONCLUSION

Il suffit de légères modifications d'un dispositif expérimental pour que les savoirs soient sollicités :

- soit en réponse à un problème posé par le professeur ou bien
- soit comme réponse à un problème posé par la situation.

Dans la deuxième situation, les activités individuelles des élèves sont intégrées au processus d'apprentissage. Chacun est personnellement impliqué dans la tâche et l'activité ne s'identifie pas à un contrôle de la bonne utilisation d'un savoir. Cela impose un travail dans la durée avec des essais, erreurs, leçons tirées des échecs ponctuels.

Le rôle de l'enseignant est primordial dans la présentation du problème : en faisant partager l'idée que le problème est un bon défi et que les élèves peuvent réussir, en encourageant individuellement sans confondre avec une aide qui diminuerait la qualité des apprentissages.

Lorsque l'activité est réussie par tous les élèves, des démarches peuvent être institutionnalisées. Des démarches non envisagées par les élèves peuvent être alors vues (mettre une graine témoin par exemple). Toutes ces démarches constituent les savoirs en acte et ponctuent le travail d'évaluation de l'enseignant.

Comme lors des séquences sur l'énumération, les observations conduites ont montré un champ de recherches à effectuer au niveau de l'école maternelle. Cela concerne les formulations orales des élèves révélant des activités spontanées de logique lors des phases de validation. Certains élèves, dès le milieu de la petite section comprennent qu'ils ont échoué dès qu'une boîte contient plus d'une sorte de graines. D'autres veulent toutefois ouvrir les boîtes suivantes. La négociation que doit conduire le professeur est à la mesure de la distance qu'il y a entre le « *j'ai gagné un peu du jeu* » et le « *perdu* » de l'activité mathématique. Le débat est difficile à mener parce qu'il fait appel à des questions de logique en acte.

## BIBLIOGRAPHIE

BRIAND J. (1993), *L'énumération dans le mesurage des collections*, Thèse Bordeaux I

BROUSSEAU G. (1986), *Théorisation des phénomènes d'enseignement des mathématiques*, Thèse d'état BORDEAUX.

CONNE F. (1993), *Savoir et connaissance*, Recherches en didactique des mathématiques, RDM vol 12/2.3 éditions la Pensée Sauvage Grenoble 1993.

LE GARFF A. (1975), *Dictionnaire de l'informatique*, PUF.

PIAGET J. (1955), *De la logique de l'enfant à la logique de l'adolescent*.